

# Los Modelos de Investigación de Operaciones Aplicados al Análisis Regional

Jorge Pablo Rivas Díaz<sup>1</sup>

Dulce Nayeli Sánchez Peralta<sup>2</sup>

## Resumen

El presente capítulo presenta al lector una exploración metodológica sobre el potencial aplicativo de los modelos de Investigación de Operaciones al análisis del desarrollo regional, con el fin de robustecer el conocimiento especializado para este análisis desde un enfoque interdisciplinario.

El estudio resulta relevante en tanto que la Investigación de Operaciones (IDO) y el análisis regional se han desenvuelto conceptualmente de manera separada, aunque el primero ofrece un conjunto de conceptos, metodologías y modelos que abren un universo amplio de aplicaciones para el análisis regional y el desarrollo de Políticas Públicas.

Se hace énfasis, sobre todo, en el Modelo de Análisis Envoltente de Datos, por su versatilidad, y sus características dentro del campo de la IDO, pues permite analizar la eficiencia asignativa de los recursos existentes en unidades de estudio espaciales para la obtención de resultados diversos, aplicables tanto en el ámbito de las instituciones con fines públicos, del desarrollo y el bienestar, como en el ámbito de la productividad y rentabilidad de las organizaciones privadas.

Se desarrolla una exposición de las teorías, metodología, técnicas y herramientas de este campo y se concluye que existe un amplio potencial de integración interdisciplinaria con el sustento de los temas de interés en el análisis regional, sobre todo en el contexto de crisis económica y desigualdad regional predominante a nivel mundial en la actualidad.

**Conceptos clave:** Investigación de Operaciones, Análisis Envoltente de Datos, Análisis Regional

## Introducción

La Investigación de Operaciones o Investigación Operativa es una rama de las matemáticas encaminada a la solución de problemas en condiciones donde se requiere necesariamente de elecciones óptimas, de carácter dual, que maximicen resultados y minimicen esfuerzos. Esta rama ha sido también denominada como la Ciencia de la Administración, en tanto que, dota de fundamentos objetivos, matemáticamente desarrollados a la toma de decisiones en los ámbitos público, privado y social, derribando la ambigüedad de la toma de decisiones sin sustento estadístico y decisiones óptimas.

La Investigación de Operaciones (IDO) ha sido tomada como pilar de la ingeniería industrial, pues se liga inmediatamente a los fines de la industria, como la producción, los

---

<sup>1</sup> Dr. en Economía, SUAyED, Facultad de Economía, UNAM, jorge\_p\_rivas@live.com.mx

<sup>2</sup> Lic. en Economía, Facultad de Economía, UNAM, dulcesanz555@gmail.com

costos y la ganancia, incluso, la literatura predominante desarrollada alrededor de este campo de conocimiento, que fue inicialmente construido para fortalecer la eficacia y la eficiencia de la gestión de estrategias en conflictos bélicos, ha terminado por inundarse de aplicaciones productivas que fortalecen al desempeño de la economía y los negocios, en la administración, mercadotécnica, producción, negocios internacionales, negociación e incluso en el desarrollo de estrategias comerciales en todo el mundo, no obstante, sus potencialidades no han sido explotadas por la investigación y el análisis regional, perdiéndose un potencial enorme en la generación de conocimiento.

En este contexto, el presente capítulo presenta una exploración metodológica sobre el potencial aplicativo de los modelos de Investigación de Operaciones al análisis del desarrollo regional, enfatizando la exposición analítica del potencial del Modelo de Análisis Envolvente de Datos (DEA), por su versatilidad, al permitir analizar la eficiencia asignativa de los recursos existentes en unidades de estudio (espaciales o no) para la obtención de resultados diversos, aplicables en el ámbito tanto de las instituciones y fines públicos, del desarrollo y el bienestar, como en el ámbito de la productividad y rentabilidad de las organizaciones privadas.

Para desarrollar dicho objetivo capitular se ha planteado dar respuesta a las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Cuáles son los fundamentos teóricos de la Investigación de Operaciones y el Modelo de Análisis Envolvente de Datos, sus principales autores, supuestos e ideas y cómo estos podrían apoyar potencialmente al análisis regional?
- ¿Cuál es la metodología propuesta, desde la selección de datos, el procesamiento matemático y sus planteamientos más relevantes?
- ¿Cuáles son las principales variantes del modelo DEA, su proceso de construcción y su potencialidad que permiten llegar al análisis regional?

La investigación se ha estructurado en cuatro apartados principales que abordan el desarrollo analítico de dichos cuestionamientos principales: 1) La Primera parte expone la teoría detrás del encuadre metodológico de la IDO y el DEA, que se disponen como fuente de potencial para enriquecer el análisis regional. 2) La Segunda parte, muestra a detalle en que consiste la metodología propuesta, sus mecánicas generales, las generalidades del modelo prioritario. 3) La Tercera parte, se enfoca en presentar las variantes del modelo DEA y su aplicabilidad al análisis regional, exponiendo tanto su enfoque de economías a escala constante y variable y sus enfoques hacia el análisis de la asignación de recursos y la generación de productos en las distintas unidades de análisis, sean estas de carácter espacial o no.

Finalmente se presenta un apartado de conclusiones y propuestas para promover la integración de la IDO para el análisis regional.

### 1. La Investigación de Operaciones y su potencial en el análisis regional

La investigación de Operaciones es una rama de las matemáticas enfocada a la solución de problemas prácticos, la cual ocupa el método científico y un enfoque naturalmente interdisciplinario para entender, explicar y optimizar las relaciones funcionales que caracterizan a los sistemas que requieren de ser analizados (Ackoff y Sasieni (1971), Bronson, R. (1984), Flores Zavala, Víctor Manuel (2013) y Eppen, G. D., Gould, F. J., Schmidt, C. P., Moore, J. H., Weatherford, L. R (2000).

El enfoque cuantitativo de la IDO permite dotar de riqueza objetiva la construcción en la toma de decisiones, su conjunto de técnicas matemáticas y computacionales facilitan optimizar problemas complejos de decisión y de ubicación por ingenieros, economistas y administradores, así como todo tomador de decisión que requiera de tomar las mejores elecciones de entre todas las posibles que existen en su entorno (Taha, H. (1994) Mora, J. L., (1986)).

En la actualidad, la IDO representa la conjugación de los métodos matemáticos básicos como el álgebra lineal, la geometría analítica, el cálculo diferencial e integral, la estadística, la probabilidad y la econometría con las herramientas electrónicas más novedosas para ejecutar algoritmos de optimización que permiten resolver problemas de decisión de manera rápida y confiable en múltiples ámbitos de la vida diaria (Wayne, L. Winston (2004) y Mathur, Kamlesh y Solow, Daniel (1996)).

Tabla 1. Principales precursores y desarrolladores contemporáneos de IDO

Precusores			Desarrolladores contemporáneos	
Fechas	Autores	Temas	Autores / Instituciones	
1759	Quesnay	Programación Matemática aplicada a economía	Comité para el Estudio Científico de la Defensa Aérea (Inglaterra, 1934)	
1784	Walras	Técnicas de programación matemática	National Defense Research Committee (NDRC) (EEUU, 1940)	
1788	Lagrange	Localización de extremos con restricciones	Office of Scientific Research and Development (OSRD) (EEUU, 1941)	
1826	Gauss	Álgebra lineal	Dantzig, George	Método simplex, inicio a la Programación Lineal
1873	Jordan	Precursor de modelos lineales	Bellman	Programación dinámica
1896	Minkowsky	Precursor de modelos lineales	Kuhn y Tucker	Programación No Lineal
1907	Markov	Precursor modelos dinámicos probabilísticos / proceso Markov	Ford y Fulkerson	Redes de optimización
1937	Von Neuman	Teoría de juegos y de preferencias	Markowitz	Simulación
1939	Kantorovich	Problemas de distribución	Rafia	Análisis de Decisiones
			Hurchman, Ackoff, Arnoff	Orientación a sistemas, generalización de la Investigación Operativa.

Fuente: Elaborado con información de Hengler, et al (2018) y Morales (2018)

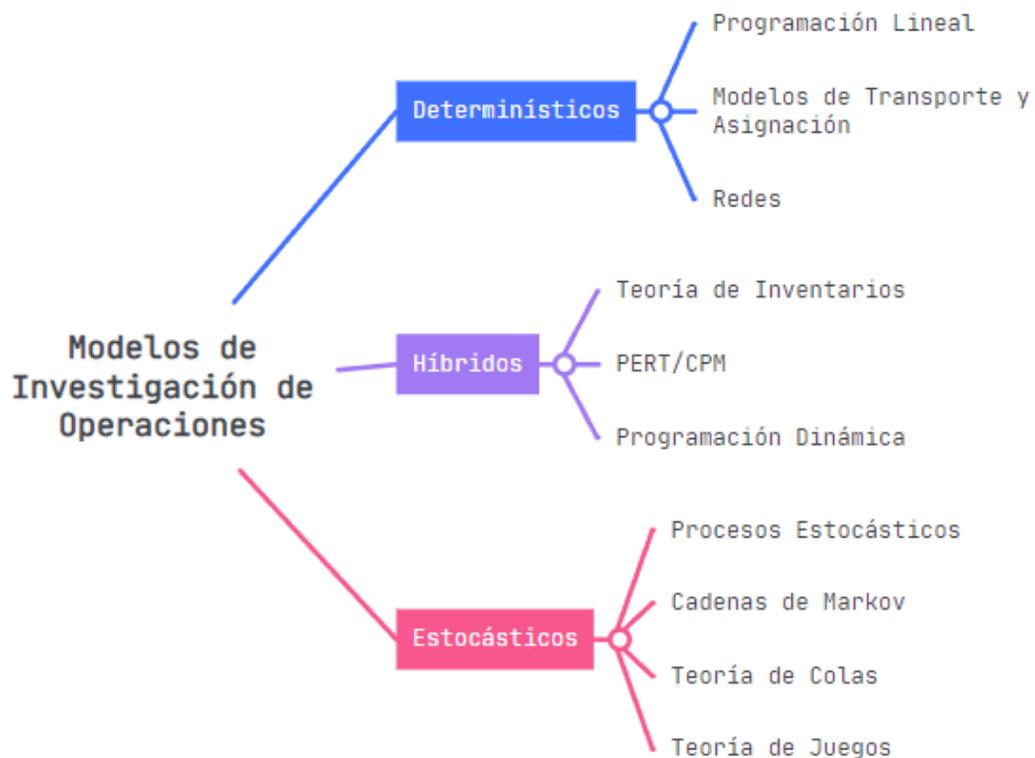
La IDO cuenta con sus primeros desarrollos matemáticos y sus principales precursores desde mediados del siglo XIX, con la integración de los métodos matemáticos básicos a las necesidades del progreso de la industrialización acelerada del capitalismo, pero no fue hasta el impulso urgente por el entorno de crisis económica y escasos recursos en

condiciones de guerra que los problemas relacionados con la formulación d estrategias militares impulsarían la integración de especialistas de todo el planeta para formalizar modelos de optimización cada vez más poderosos (tabla 1).

En la actualidad la IDO se apoya de distintos tipos de modelos icónicos, analógicos, topológicos y matemáticos para analizar, interpretar y optimizar relaciones funcionales presentes en los sistemas, donde la construcción de sus modelos parte de razonar plenamente el comportamiento de los fenómenos en la realidad económica y adecuar sus condiciones y comportamiento a condiciones de los modelos matemáticos y no de manera inversa, priorizando su aplicabilidad sobre su simpleza.

La construcción de modelos en IDO implica identificar, comprender y describir de manera clara y cuantitativa el problema del sistema y su realidad que se pretende abordar, para con ello construir un modelo que explique su naturaleza en el máximo apego a su complejidad pero que permita tomar decisiones concretas de optimización.

Esquema 1. Clasificación general de los modelos matemáticos en IDO



Fuente: Elaboración propia

En lo particular los modelos matemáticos se pueden clasificar de acuerdo con su tipo de variables en modelos determinísticos, estocásticos o híbridos. De los primeros se derivan los modelos fundamentados en optimización lineal y no lineal, como los de programación lineal, entera, el análisis de redes y transportes entre otros. Por otra parte, los estocásticos resuelven problemas de decisión donde intervienen variables de carácter aleatorio, irrastreables en su tendencia de manera estadística más que mediante modelaje probabilístico, como sería n los problemas de colas, de juegos, las cadenas de Markov entre

otros. Finalmente, los modelos híbridos como la teoría de inventarios, la programación dinámica y la gestión de proyectos PERT/CPM permiten consolidar elementos de análisis y optimización de problemas tanto deterministas, como probabilísticos (Hillier, F. y G. Lieberman (1991), (Taha, H. (1994) y Wayne, L. Winston (2004)) (esquema 1).

En lo particular el modelo de Análisis Envolvente de Datos DEA es un modelo dentro del encuadre metodológico de la IDO cuyo objetivo es el de analizar la eficiencia técnica con que se utilizan los recursos con los que cuenta un sistema y así, con ellos, poder generar servicios o productos concretos en magnitud y calidad. Es un método de programación matemática de carácter determinístico que establece la frontera de producción de las mejores prácticas y evalúa la eficiencia técnica relativa de las unidades observadas o analizadas a través de un benchmarking o evaluación comparativa, utilizando múltiples entradas y múltiples salidas, comparando diferentes unidades de análisis que ofrecen el mismo servicio o bien generan el mismo producto.

## **2. Aplicación del modelo de Análisis Envolvente de Datos (DEA)**

El modelo DEA parte de la noción de eficiencia de Farrell (1967) la cual se dirige desde la relación entre entradas y salidas de los recursos del sistema llegando a la noción de productividad (Bogetoft & Lars, 2011). En su obra "The measurement of productive efficiency" expone el fundamento del método de optimización de la programación matemática para obtener una medida de eficiencia técnica relacionado una entrada simple y una salida (Saborido, 2013) mediante una comparación sistemática de una empresa, firma o unidad tomadora de decisión (DMU) con otras entidades de producción que transforman el mismo tipo de recursos en el mismo tipo de productos y servicios mediante benchmarking

Posteriormente Edward-Rhodes retoma dicho modelo y lo extiende a uno de optimización con múltiples entradas y salidas para así obtener la medida de eficiencia productiva (Saborido, 2013). Partió del problema de análisis de la productividad en el sector educativo norteamericano analizando la desigualdad entre las instituciones educativas públicas para aplicar sus principios estadísticos a un estudio a nivel nacional (Charnes, W.Cooper, Y. Lewin, & M. Seiford, 1994). Años después, siguiendo la misma línea, en 1978, Charnes, Cooper, y Rhodes por medio de la programación lineal estimaron la eficiencia técnica relativa con múltiples insumos y productos sin el conocimiento de los precios, lo que generó la formulación del modelo de ratio CCR (Charnes, Cooper y Rhodes) DEA, para apoyar el análisis del rendimiento de las unidades educativas norteamericanas más desprotegidas, lo que dio lugar a la formulación del modelo DEA con múltiples entradas y múltiples salidas resultando en el origen del DEA (Charnes, W. Cooper, Y. Lewin, & M. Seiford, 1994).

El método CCR creado por Charnes, Cooper y Rhodes parte del método de optimización de la programación matemática revolucionando la evaluación de la eficiencia técnica para el sector público (Charnes, W.Cooper, Y. Lewin, & M. Seiford, 1994) y privado, aplicable al análisis de procesos de diversas entidades de producción, como pueden ser empresas, organizaciones, divisiones, industrias, proyectos, unidades de decisión o individuos, con lo que su potencial analítico para diversos problemas comparativos de productividad y eficiencia resulta bastante importante.

El modelo DEA supone un conjunto de principios para extraer información sobre una población de observaciones cuyo objetivo es optimizar un único plano de regresión a través de los datos, para optimizar cada observación individual y calcular con ello una frontera discreta a trozos determinada por el conjunto de DMUs (unidades de análisis) Pareto-eficientes.

El DEA tiene la virtud de desarrollarse desde un enfoque paramétrico como no paramétrico (programación matemática), donde ambas ocupan toda la información contenida en los datos, donde el modelo se centra en observaciones individuales representadas por las  $n$  optimizaciones (una por cada observación) requeridas en el análisis del modelo, lo que permite realizar comparativos entre la eficiencia de las relaciones funcionales de las distintas unidades de análisis.

El enfoque paramétrico del DEA requiere de un parámetro con una serie de restricciones, planteando una ecuación de regresión, una función de producción donde existe una relación entre las variables independientes con las variables dependientes, donde existe una forma funcional que requiere de supuestos sobre la distribución de los términos de error, contrario al modelo DEA no parámetro, para el cálculo de la frontera eficiente de producción, el DEA calcula el rendimiento para cada DMU comparando la relación con las demás DMU's del conjunto de unidades observadas con el único requerimiento que cada DMU se encuentre o no en la frontera eficiente de producción (FEP) (Charnes, W.Cooper, Y. Lewin , & M. Seiford , 1994).

De acuerdo con Bogetoft & Lars (2011), Alvarado Astudillo (2015) y Sánchez (2019), la evaluación comparativa (benchmarking) los enfoques paramétricos y no paramétricos del DEA, se distinguen en lo siguiente:

Los modelos paramétricos pueden asistirse de métodos estadísticos o no, para la estimación de la frontera pudiendo ser definidos a priori y ser especificados como estocástico (con variables de carácter aleatorio). Estos modelos ocupan para su desarrollo "la programación matemática o técnica econométrica para la estimación de la frontera" (Alvarado Astudillo, 2015) ocupando el cálculo de Cuadrados mínimos ordinarios corregidos (Corrected Ordinary Least Squares (COLS)) y el análisis de frontera de producción estocástica" (SFA) (Bogetoft & Lars, 2011) para evaluar la forma funcional concreta de la frontera de producción.

Por otra parte, los modelos no paramétricos son menos restringidos ya que no establecen una forma funcional como los modelos paramétricos para establecer la frontera de producción, los modelos no paramétricos determinan sus frontera de producción a partir de las observaciones de cada unidad de producción o de análisis, se fijan a priori las clases de variables, las cuales son tan amplias que prohíben una parametrización, son considerados modelos estocástico y deterministas, en donde los modelos deterministas suprimen el posible ruido y se considera que cualquier variación en los datos contiene información significativa sobre la eficiencia de las unidades de análisis y la de la tecnología mediante la cual combinan sus recursos en su interior para determinar su productividad.

## La Eficiencia Técnica

La eficiencia técnica resulta el termino y el indicador central del análisis del modelo DEA pues permite entender la situación en la que se encuentran las unidades de análisis (DMU's) y la frontera eficiente de producción (FEP) o Frontera de las Posibilidades de la Producción (FPP) del conjunto formado por todas las unidades de análisis, donde la unidad de análisis individual se considera una unidad eficiente si ubica su relación de consumo de insumos y la generación de productos o servicios sobre la frontera.

En términos de Koopsmans (1951) Alvarado Astudillo (2015) y Sánchez (2019) la Eficiencia Técnica consiste en obtener mayor cantidad de producto (bienes o servicios) con una cantidad mínima de insumos dados, lo cual implica naturalmente una situación de optimización de recursos y el derroche durante el proceso de producción, donde las DMU's son eficientes si es tecnológicamente imposible aumentar algún output, salida, productos o servicios generados y/o reducir algún el empleo de algún input o de algún recurso involucrado sin reducir simultáneamente al menos otro output y/o aumentar al menos otro input.

La evaluación de la eficiencia técnica no toma en cuenta el valor de mercado de los recursos comprometidos en el sistema, pues su objetivo no es original ni finalmente el de la producción únicamente al interior de la empresa ni de una naturaleza únicamente industrial, pues el termino de recursos o inputs del sistema puede ser entendido en términos económicos, sociales, políticos o incluso ambientales, donde los productos igualmente pueden ser diversos, como el bienestar social, el equilibrio ambiental, la calidad de la enseñanza o cualquier salida o producto generable sea tangible o no, siendo su objetivo la búsqueda por optimizar el uso de recursos para obtener un mayor aprovechamiento de los insumos de manera que se maximice las salidas con un número determinado de entradas o se minimicen las entradas con un número dado de salidas (Sánchez, 2019).

Todas aquellas DMU's no eficientes son aquellas que se encuentran por debajo de la FEP o FPP, es decir que se encuentran en condiciones tecnológicamente deficientes respecto a las mejores condiciones presentes en el sistema, o situadas por debajo de las mejores combinaciones de inputs y outputs, centrándose predominantemente en las condiciones técnicas de producción y la capacidad de los sistemas para utilizar sus recursos, encontrando las combinaciones que maximicen las salidas o minimicen las entradas del mismo.

## La dualidad y la estimación

El análisis del DEA, permite realizar un análisis dual de los sistemas en cuestión, pues siguiendo a Prieto (2002) y Sánchez (2019) el análisis se puede desarrollar desde dos enfoques técnicos principales, para medir la eficiencia técnica de las DMU's (unidad de toma de decisiones) centrado en el desempeño de las entradas o de las salidas:

El enfoque productivo o de las entradas (inputs), donde lo que se busca minimizar la cantidad de insumos que se van a utilizar para producir un nivel dado de salidas (outputs), dando como resultado un índice 'F', que en términos matemáticos se puede expresar como "el cociente entre el output que obtiene la empresa y el que conseguiría si desarrolla su actividad en la frontera de producción".

El enfoque de la producción o de las salidas (outputs), donde se busca es maximizar la cantidad de outputs, maximizar la producción de bienes o servicios, con una cantidad de insumos (inputs) previamente establecidos o fijos, resultando en un índice 'E' de eficiencia orientado hacia el factor, que en este caso se calcularía mediante el cociente entre la cantidad del mismo necesaria para conseguir la producción actual en la frontera y la que está empleando la empresa en la práctica" (Sánchez, 2019). De esta forma, la relación comparativa de outputs e inputs a través de la productividad de dos unidades de análisis DMU's estarían dadas por la ecuación 1:

$$E = \frac{y^1/x^1}{y^2/x^2} = \frac{y^1/y^2}{x^1/x^2} \quad (1)$$

Donde X es el vector de inputs o recursos que pueden generar un vector de outputs o una producción de salidas Y", siendo que la eficiencia resulta la relación entre el cociente de la suma ponderada de los outputs entre la suma ponderada de los inputs, donde a decir de Cheín Schekaibán & Medina Quintero (2006), tras realizar la evaluación de las puntuaciones de las DMU la entidad que mayor cociente haya reflejado será la más eficiente, siendo la que se localice en "traza la frontera exterior al conjunto de datos observados"

$$T = \{(x, y) | x \text{ puede producir } y\}$$

Alvarado Astudillo (2015) y Sánchez (2019) complementan que "La eficiencia técnica relativa se calcula computando la relación definida por el cociente entre la suma ponderada de los outputs y la suma ponderada de los inputs y considerando que la eficiencia de ninguna DMU supere la unidad", es decir que la ecuación 1, requiere estar restringida por la unidad, representada por la tecnología eficiente (ecuación 2).

$$E = \frac{y^1/x^1}{y^2/x^2} = \frac{y^1/y^2}{x^1/x^2} \leq 1 \quad (2)$$

En este contexto, los expertos argumentan que la eficiencia técnica propuesta por Farrell se dispone como una unidad "virtual", planteada como un promedio ponderado de unidades eficientes basado en una evaluación comparativa entre las diferentes DMU's pertenecientes al sistema de análisis con base en las combinaciones de inputs y outputs, y la cual sirven como una unidad de referencia para las demás unidades observadas (Bogetoft & Lars, 2011 y Sánchez, 2019), con lo que se puede lograr estimar no solo que unidades resultan eficientes en un mismo sistema, sino qué tan alejadas se encuentran unas de otras y respecto a las metas de eficiencia alcanzables por el sistema.

Dada la construcción de La Frontera de Producción, que "se interpreta como la relación técnica que expande o maximiza el nivel de outputs que puede obtenerse con un nivel de inputs dentro de un conjunto tecnológico (número de combinaciones de inputs y outputs)" (Sánchez, 2019) y los niveles de productividad en cada unidad de análisis DMU's, por sus propias condiciones y relaciones funcionales entre recursos y productos transformados, se logra medir la eficiencia técnica relativa de las unidades que componen un sistema, comparando los niveles óptimos de recursos y el nivel de productividad alcanzado por las distintas unidades de análisis, siendo por tanto una función de distancias,

donde la ineficiencia es medida conforme a “la desviación de las entidades con respecto a su frontera” (Alvarado Astudillo (2015) citado por Sánchez (2019)).

De acuerdo con Cheín Schekaibán & Medina Quintero (2006) la medida de la eficiencia de la DMU mediante el DEA implica dos pasos:

- Primero: la construcción del conjunto de posibilidades de producción y
- Segundo: la estimación de la máxima expansión posible a alcanzar por parte de los productos generados dentro del sistema (Output) o de la máxima contracción de los recursos (Inputs) con los que cuenta la Unidad DMU, dentro del conjunto de posibilidades de producción”.

La ecuación 3 representa la ecuación de producción general, donde  $y_i$  representa el logaritmo de la salida (output), la cual es producto de la función de tecnología productiva  $f()$ ; constituida de  $x_i$ , que es un vector fila de inputs expresado en logaritmos y  $\beta$ , que es un vector de parámetros; donde adicionalmente se estima  $\epsilon_i$  como un término de error y  $N$  siendo el número de entidades evaluadas o número de DMU's (Cheín Schekaibán & Medina Quintero, 2006).

$$y_i = f(x_i; \beta) + \epsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

En esta ecuación de carácter general se puede encontrar que el término  $\epsilon_i$ , es decir de error compuesto, se encuentra definido por dos componentes:

- Primero, lo que define Cheín Schekaibán & Medina Quintero (2006) como “una perturbación simétrica ( $v_i$ )”, que recoge el impacto de los efectos que no se encuentran bajo el control de la entidad objeto de estudio, donde pueden incluirse los posibles errores de medición, observación u otros factores de carácter incontrolable. Esto, suponiendo que “las  $v_i$  se encuentran idéntica e independientemente distribuidas como distribuciones normales con media cero (0) y varianza  $\sigma^2$  esto es  $N(0, \sigma^2)$ ”.
- Segundo, un componente error  $u_i$ , “no negativo y asimétrico, e invariante en el tiempo conocido como Efecto Ineficiencia Técnica”, donde Aigner et. al. (1977), considera que la ineficiencia técnica se distribuye según una distribución seminormal ( $|N(0, \sigma^2)|$ ) dado que solo puede disminuir el Output por debajo de la frontera. (ecuación 4)

$$u_i = [f(x_i; \beta) + v_i] - y_i > 0 \quad (4)$$

Se entiende en dicho sistema el argumento de Cordero & Pedraja (2007), es decir que el DEA plantea un problema de programación lineal para cada unidad productiva observada, la cual se le asigna un índice de eficiencia  $\theta$ , donde sí el índice de eficiencia es igual a 1 se le considera como una unidad eficiente, ubicada sobre la frontera de las posibilidades de la producción, en donde si por el contrario su valor estimado en índice alcanza un valor menor a la unidad (1) se considera como ineficiente, siendo menos eficiente en la optimización de sus recursos.

En este contexto, el DEA se encuentra facultado matemáticamente para detectar reducciones adicionales en los recursos (inputs) o bien, incrementos potenciales en la generación de productos (outputs), los cuales son incorporados en el modelo dual siendo conocidas como variables de holgura o slacks  $s_i^-$  y  $s_r^+$  es decir de eficiencia no radial. Las holguras en el modelo representan para los inputs: la cantidad de recursos que podría ahorrar las DMU en la generación de los mismos niveles de outputs, “se identifican con cuánto podría incrementar la producción para alcanzar la eficiencia” (Sánchez, 2019).

### 3. Variantes del modelo DEA y su aplicabilidad

El modelo DEA representa un potencial enorme para el análisis regional, en tanto que, permite el análisis de las relaciones funcionales al interior de las unidades de estudio, las cuales pueden ser de carácter industrial, como empresas o núcleos o clústeres productivos, como también las unidades territoriales y sus sistemas internos, como son los estados nacionales, las provincias, entidades federativas, los municipios, condados o cualquier unidad de carácter espacial provista de información estadística interior.

A la par que estudia dichas relaciones funcionales internas, permite también construir un análisis comparativo de cada una de ellas respecto a las mejores condiciones del sistema al que pertenecen, permitiendo argumentar el grado de lejanía que tienen los niveles de eficiencia y productividad de las distintas unidades individuales que componen el mosaico de heterogeneidad analizado respecto a los mejores desempeños en transformación de recursos y sus resultados del sistema entero al que pertenecen.

El hecho de la heterogeneidad intrínseca del espacio económico, así como la diversidad de variables que se pueden analizar de él, conlleva necesariamente al cuestionamiento acerca de su capacidad representativa de carácter multivariado, multidimensional y analíticamente diverso en términos cuantitativos y cualitativos, no obstante, el planteamiento general del DEA permite actualmente la formulación de modelos especializados, respetando y asimilando los distintos tipos de variables o prioridades analíticas de cada caso particular, pues permite diferenciar la naturaleza del procesamiento matemático de fenómenos de carácter aleatorio o de carácter determinista dependiendo la naturaleza de los fenómenos analizados, permitiendo variar también sus prioridades de análisis y las diferencias cualitativas de la naturaleza de los procesos analizados.

La aplicabilidad del análisis del modelo DEA a la dinámica de las unidades de análisis espacial depende, por tanto, de las características mismas de los espacios, los distintos fenómenos, procesos y sistemas que se pretende analizar en ellos, resultando en la necesidad de emplear distintos enfoques de análisis del DEA para profundizar en cada uno de ellos.

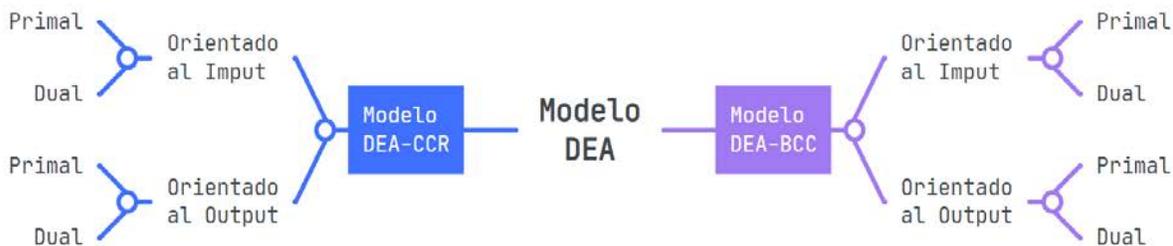
Los expertos en DEA concuerdan que existen tres perspectivas principales de análisis de las que se puede partir para construir un mapeo de variantes, que facilitaría la selección del enfoque del modelo de acuerdo con las necesidades del problema a analizar:

1. Dependiendo del “tipo de rendimiento a escala, estos pueden ser rendimientos constantes a escala o rendimientos variables a escala”.

2. Dependiendo de la “Orientación del modelo” es decir, si este se plantea desde una orientación hacia el análisis del desempeño de los inputs o al output resultante; siendo el modelo orientado al input sujeto a un nivel dado de output, en la búsqueda por la máxima reducción proporcional en el vector inputs; o desde el enfoque orientado hacia el output, donde dado un nivel fijo de inputs o recursos, se plantea la búsqueda por generar el máximo incremento proporcional de los outputs o productos del sistema.
3. De acuerdo con el “Tipo de medida de eficiencia que proporcionan modelos radiales y no radiales”

De acuerdo con esto, Bogetoft & Lars (2011) y Sánchez (2019) plantean una sistematización de modelos básicos dependiendo la naturaleza de los problemas que caracterizan los sistemas de análisis, es decir que existen dos tipos de modelos DEA principales para evaluar la eficiencia de las DMU’s; uno que considera rendimientos constantes a escala (CRS) conocido como modelo CCR creado por Charnes, Cooper, y Rhodes (1978) el cual puede ser con orientación a la salida (outputs) u orientado a la entrada (output) y el segundo modelo conocido como BCC, de Banker, Charnes y Cooper, que evalúa la eficiencia de la DMU’s con rendimientos variables a escala (VRS) (esquema 2)

Esquema 2: Clasificación general de las variantes del Modelo DEA



Fuente: Elaboración propia

### Variantes de acuerdo con el tipo de escala

Se pueden encontrar en los DEA dos tipos de variantes de acuerdo con el tipo de escala, es decir de: 1) los de Retorno de escala constante (CRS) o Rendimientos constantes a escala (CCR) y 2) los de Retorno de escala variable (VRS) o Rendimientos variables a escala BCC, donde la diferencia principal radica en las diferencias de tamaño entre las distintas unidades de análisis evaluadas, donde las primeras implican un tamaño único, es decir de un conjunto de unidades teórica y empíricamente comparables por contar con atributos comunes de dimensión, mientras que el segundo implica implícitamente la asimilación en el modelo de una multitud de tamaños y recursos desiguales entre las unidades que confirman el sistema, volviendo imposible de origen el generar evaluaciones de eficiencia globales.

Los modelos a escala constante (CRS) al partir hipotéticamente de la existencia de homogeneidad en las dimensiones (tamaño) de las unidades de análisis intuye que es posible para todas las unidades DMU el poder alcanzar la productividad de la DMU más eficiente, siendo, por tanto, el resultado una evaluación de eficiencia global, ya que, como menciona Saborido (2013) “todas las DMU’s tienen como referencia a las de mayor productividad”.

En contra parte, los modelos a escala variable (VRS) al considerar heterogeneidad en el tamaño de las unidades evaluadas acepta e integra al análisis que ellas, como conjunto sistémico, no pueden alcanzar la productividad máxima alcanzable por las unidades de mayor tamaño, implicando desde el método matemático que se evalúen las unidades del sistema entre grupos de DMU's con condiciones similares o de mismo tamaño.

Se tiene por tanto que, en términos de programación matemática, la diferencia entre los modelos CRS y VRS consiste en la restricción impuesta al modelo de programación lineal, en donde la sumatoria de  $\lambda$  debe ser igual a uno (Saborido, 2013).

continuación, se hace un desglose de los planteamientos matemáticos básicos de las distintas variantes del modelo DEA.

### Modelo DEA-CCR

El modelo DEA-CCR parte del siguiente planteamiento matemático generalizado para buscar la máxima eficiencia técnica a través de un sistema de programación lineal de forma  $Z \max$ , sujeto a restricciones (Modelo A).

$$\begin{aligned} \text{Max}_{u,v} \theta_0 &= \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \\ \text{Sujeto a: } \text{Max}_{u,v} \theta_0 &= \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \\ u_r v_i &\geq 0 \quad r = 1, 2, \dots, s \quad i = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (A)$$

Donde:

" $u_r$  = peso asociado al output"

" $v_r$  = peso asociado al input"

" $y_j$  = cantidad de output de la unidad j"

" $x_j$  = cantidad de input de la unidad j"

" $x_{ij}$  = cantidad de input i consumida por la unidad j – esima"

" $y_{rj}$  = cantidad de output r producida por la unidad j – esima"

" $x_{i0}$  = cantidad de output i consume la unidad evaluada"

" $y_{r0}$  = cantidad de output r producida por la unidad evaluada"

Establecidos en prioridad de optimización planteada por Cheín Schekaibán & Medina Quintero (2006) acerca de que el sistema tiene como objetivo obtener "el conjunto óptimo de pesos ( $u_r, v_i$ ) que maximicen la eficiencia relativa  $\theta_0$  de la unidad 0 definido como una suma ponderada de los outputs y la suma ponderada de los inputs, que tienen como única restricción que la eficiencia relativa  $\theta_0$  no puede ser mayor a la unidad" en (Sánchez, 2019), es decir, que se busca maximizar el cociente de la suma ponderada de outputs y la suma

ponderada de inputs, construyendo un modelo programación fraccional, las cuales representan los pesos favorables para cada DMU.

Adicionalmente se requiere retomar que en dicho sistema  $X_i$  y  $Y_i$  representan respectivamente los vectores de recursos inputs y de productos outputs respectivamente, los datos se representan con  $m$  inputs y  $s$  outputs en cada DMU's y donde la eficiencia técnica de cada DMU mide la eficiencia de la unidad productiva con respecto a la eficiencia de las demás unidades productivas.

En este modelo "los pesos" son denominados como precios sombra (shadow prices), los cuales permiten calcular la eficiencia de las DMUs sin que los precios reales de las variables (inputs y outputs) sean conocidos (Alvarado Astudillo, 2015), lo que representa una de sus mayores virtudes para la aplicación en los temas multivariantes asociados al análisis regional, Dichos pesos se encuentran representados por  $u_r, v_i \geq 0$  y permiten calcular la eficiencia técnica relativa de cada DMU.

Para que una unidad productiva se considere una unidad eficiente en términos relativos el índice de eficiencia  $\theta$  debe ser igual a 1 y sus holguras  $h_i^-$  y  $h_r^+$  deben ser 0 con respecto a las otras unidades evaluadas, si  $\theta < 1$  y sus holguras son mayores a 0 son consideradas como unidades ineficientes (Farrell (1957) y Bogetoft & Lars (2011) donde las unidades ineficientes pueden disminuir sus insumos o maximizar sus salidas, es decir, de mejorar sus niveles de productividad y alcanzar el nivel de eficiencia máximo.

Es necesario resaltar el criterio de suficiencia en la muestra o el tamaño del estudio, pues para que el modelo pueda ser desarrollado Bogetoft & Lars (2011) señalan que es necesario que las bases de datos modelables mediante el DEA cuente con una muestra de DMUs  $\geq 3$  (inputs y outputs), donde Alvarado Astudillo (2015) adiciona que para que el método tenga poder discriminatorio también resulta necesario que el universo de DMUs sea superior al número de inputs y outputs considerados en el análisis, siendo que el número de unidades estudiadas sea igual o superior al triple de las variables empleadas en el modelo (outputs + inputs)" (Banker, R. D., & Datar, S. M. (1989).

La implementación del **DEA CCR INPUT**, u "orientado a los recursos", parte de un modelo de programación lineal primal "Dónde:  $j = 1, 2, \dots, n$  subíndice para las DMU's  $i = 1, 2, \dots, m$  subíndice para las entradas  $r = 1, 2, \dots, s$  subíndice para las salidas  $x_{ij}$  cantidad de entrada  $i$  consumida por DMUj  $y_{kj}$  cantidad de salida  $k$  producida por DMUj es una constante estrictamente positiva y cercana a cero" (Saborido, 2013), mientras que en el modelo DEA dual o en su forma envolvente se toman en cuenta los slack  $s_i^-$  y  $s_r^+$  o variables de holgura de inputs y outputs respectivamente (Sánchez, 2019) (Modelo 1).

**Modelo 1. DEA CCR-INPUT**

Problema Primal	Problema Dual o Forma Envolvente
$\begin{aligned} & \text{Max } \sum_{r=1}^s v_{rj} y_{rj} \\ \text{S.A. } & \sum_{i=1}^m v_{rj} y_{rj} - \sum_{i=1}^m u_{ij} x_{ij} \leq 0 \\ & j = 1, 2, \dots, n \\ & \sum_{i=1}^m u_{ij} x_{ij} = 1 \\ & r = 1, 2, \dots, s \\ & v_{rj} \geq \varepsilon \\ & i = 1, 2, \dots, m \\ & u_{ij} \geq \varepsilon \end{aligned}$	$\begin{aligned} & \text{Min } \theta_j - \varepsilon [\sum_{r=1}^s s_i^- + \sum_{i=1}^m s_r^+] \\ \text{S.A. } & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} = \theta_j x_{ij} - s_i^- \\ & i = 1, 2, \dots, m \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} = y_{rj} + s_r^+ \\ & j = 1, 2, \dots, n \\ & \lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0 \\ & \forall j, i, r \\ & \theta_j \text{ Libre} \end{aligned}$

Fuente: Elaboración propia

La implementación del **DEA CCR OUTPUT**, u “orientado a los productos”, parte del mismo potencial de análisis dual, permitiendo un análisis de maximización o minimización dependiendo si se trabaja desde el planteamiento primal o en su forma envolvente o dual con las mismas consideraciones matemáticas (Modelo 2).

**Modelo 2. DEA CCR-OUTPUT**

Problema Primal	Problema Dual o Forma Envolvente
$\begin{aligned} & \text{Min } \sum_{i=1}^m u_{ij} x_{ij} \\ \text{S.A. } & \sum_{r=1}^s v_{rj} y_{rj} - \sum_{i=1}^m u_{ij} x_{ij} \leq 0 \quad j = \\ & \quad \quad \quad 1, 2, \dots, n \\ & \sum_{r=1}^s v_{rj} y_{rj} = 1 \quad r = 1, 2, \dots, s \\ & v_{rj} \geq \varepsilon \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & u_{ij} \geq \varepsilon \end{aligned}$	$\begin{aligned} & \text{Max } \theta_j + \varepsilon [\sum_{r=1}^s s_r^+ + \sum_{i=1}^m s_i^-] \\ \text{S.A. } & \sum_{i=1}^m \lambda_j x_{ij} = x_{ij} - s_i^- \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} = \theta_j y_{rj} + s_r^+ \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & \lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0 \quad \forall j, i, r \\ & \theta_j \text{ Libre} \end{aligned}$

Fuente: Elaboración propia

La implementación del Modelo **DEA-BCC** (Banker, Charnes y Cooper) partiendo del modelo CCR mide la eficiencia técnica con rendimientos variables a escala eliminando la influencia de la escala de la capacidad productiva de las unidades de análisis espaciales o no, lo que significa que cada DMU es comparable únicamente con otras unidades del mismo tamaño y no con todas las unidades evaluadas. Como se ha mencionado, este enfoque resulta más poderoso sobre todo en el contexto del análisis de la heterogeneidad espacial y regional, siendo considerado como capaz de estimar una medida de eficiencia técnica pura al eliminar el efecto de escala.

Debido a la heterogeneidad asimilada por el modelo se debe introducir la restricción para que entienda que cada unidad productiva requiere ser comparada con las unidades productivas de tamaño comparable y no por todo el universo que comprende el sistema en su conjunto. En este caso como menciona Sánchez (2019) La restricción adicional al modelo es: “la suma de los componentes del vector  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  tiene que ser igual a uno, lo que obliga a que la proyección de la unidad se efectúe sobre el hiperplano que forman las unidades más productivas de su tamaño” (Sánchez, 2019) (Modelo 3).

**Modelo 3. DEA BCC INPUT/OUTPUT**

<b>INPUT</b> Problema Dual o Forma Envolvente	<b>OUTPUT</b> Problema Dual o Forma Envolvente
$\text{Min } \theta_0$ $\theta_0 - \varepsilon \left[ \sum_{j=1}^n s_i^+ + s_r^- \right]$ $\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j = \theta_j x_{ij} - s_i^-$ $i = 1, 2, \dots, m$ $\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j = y_{rj} + s_r^+$ $r = 1, 2, \dots, s$ $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ $\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$	$\text{Max } \theta_0 + \varepsilon [\sum_{j=1}^n s_i^- + s_r^+]$ <p>S.A.</p> $\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j = x_{ij} - s_i^-$ $i = 1, 2, \dots, m$ $\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j = \theta_j y_{rj} + s_r^+$ $r = 1, 2, \dots, s$ $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ $\lambda_j \geq 0$ $j = 1, 2, \dots, n$

Fuente: Elaboración propia

**Conclusiones y propuestas**

La investigación operativa presenta una oportunidad para la expansión de los encuadres metodológicos para el análisis regional pues permite comprender y modelar las relaciones en los espacios desde un enfoque de optimización, pues permite sustentar cuantitativamente las condiciones características de los espacios, sus relaciones funcionales, y el comportamiento de ellas para tomar decisiones de política pública, privada o interés social.

En lo particular el modelo DEA ofrece un potencial de análisis regional amplio por sus atributos matemáticos asociados al modelaje mediante programación lineal, lejano del término de los precios de mercado y cercano al análisis de la eficiencia técnica relativa de un proceso de producción multivariado aplicable a distintas dinámicas del desarrollo regional, pues como ha sido mencionado, encuadre metodológico resulta altamente utilizado en el sector público ya que lo que busca es maximizar las salidas (Bogetoft & Lars, 2011), es decir maximizar el conjunto de productos generables por una sociedad mediante sus recursos y un proceso de producción dado, sea este industrial o no, como puede ser la generación de

bienestar social, calidad de vida, o el acceso a la mayor cantidad de servicios o bienes públicos para la sociedad con el menor uso de recursos.

La versatilidad del modelo DEA, al disponerse desde enfoques prioritariamente encaminados desde el análisis de la minimización de los recursos y/o la maximización productos generables a nivel de cualquier unidad de análisis territorial permite su aplicación a distintas dinámicas sociales, económicas, ambientales, políticas y urbanas que permitirán replantear los parámetros de la evaluación de las relaciones funcionales observadas en el espacio y sus impactos en la dinámica regional.

La variabilidad del análisis a escala constante y a escala variable ofrece una virtud necesaria para el análisis de las dinámicas espaciales, puesto que vuelve viable el análisis comparativo regional desde la heterogeneidad espacial.

El método y sus técnicas al tener un origen esencialmente en la evaluación de rendimientos de carácter tecnológico productivo, En términos genéricos aplicable a cualquier relación de producción una gran gama de posibilidades de análisis cuantitativo y de carácter causal, Sobre todo el modelo de rendimientos variables resulta versátil en el ámbito regional al permitir una comparación ordenada y estratificada de acuerdo a grupos de unidades de análisis similares, eliminando el error metodológico de la comparación de elementos disímiles en términos de dimensión y sus recursos.

El enfoque dual del modelo DEA permite reflexionar los problemas de la producción desde la perspectiva de los recursos arraigados en el espacio, su magnitud y atributos, sean estos, materiales, naturales, infraestructura, o recursos humanos, entre otros, tanto como desde el enfoque de los productos generables por dichos recursos, como podría ser la calidad de vida, la producción de bienes materiales e intangibles, servicios, el mismo desarrollo y el bienestar social, entre otros tantos, lo cual en general lo dispone como un encuadre metodológico sumamente útil para el análisis de la complejidad y la heterogeneidad de las relaciones espaciales.

Existen aún limitaciones en su aplicación desde el análisis regional, pues la literatura aplicativa de este encuadre metodológico se ha centrado principalmente en la resolución y optimización de procesos de carácter industrial, no obstante, esto representa una nueva oportunidad para robustecer los axiomas del análisis regional y probar sus teoremas fundamentales ahora centrados en sustentar matemática y estadísticamente sus axiomas.

Se puede impulsar una agenda de investigación amplia en el análisis regional detrás de la investigación operativa en general y el DEA en particular en el contexto actual, por ejemplo, se pueden desarrollar modelos de evaluación de la eficiencia técnica de los sistemas de salud en el contexto de la crisis sanitaria y de servicios de salud pública y privada derivada de la irrupción de la pandemia de COVID 19 o se puede analizar y tomar decisiones sobre la generación de nueva infraestructura en seguridad pública o en desarrollo económico para incrementar el bienestar de la población de corto y largo plazo con la menor cantidad de intervenciones en el espacio regional, por mencionar algunos temas de interés a abordar en el corto plazo.

## Referencias

- Ackoff y Sasieni** (1971), *Fundamentos de Investigación de Operaciones*, Edit. Limusa; México,
- Alvarado Astudillo, D.** (2015). *Medición de la eficiencia estática y dinámica de las universidades mediante métodos no paramétricos*. Sevilla: Universidad de Sevilla. Obtenido de <https://idus.us.es/xmlui/bitstream/handle/11441/41103/Tesis%20Sr.%20Diego%20Vinicio%20Alvarado.pdf?sequence=1#page=223&zoom=100,0,94>
- Bogetoft, P., & Lars, O.** (2011). *Benchmarking with DEA, SFA, and R*. New York, NY: Springer Science+Business Media.
- Bronson, R.** (1984), *Investigación de Operaciones*, Edit. McGraw-Hill, México,
- Charnes, A.** (1994). *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology, and Applications*. Springer Science & Business Media.
- Charnes, Cooper, & Rhodes.** (1978). *Measuring the efficiency of decision making units*. journal of operational research, págs. 429-444.
- Charnes, b., W. Cooper, W., Y. Lewin, A., & M. Seiford, L.** (1994). *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Application extention*. New York: Springer Science+Business Media.
- Cheín Schekaibán, N., & Medina Quintero, J.** (2006). *La eficiencia de los ratios económico-financieros medidos por medio del Análisis Envoltante de Datos*. Tamaulipas: XII CONGRESO INTERNACIONAL DE LA ACADEMIA MEXICANA DE CIENCIAS ADMINISTRATIVAS, Universidad Autónoma de Tamaulipas. Obtenido de <http://acacia.org.mx/busqueda/pdf/M07P34.pdf>
- Cordero, J., & Pedraja, F.** (2007). "Evaluación de la eficiencia con factores exógenos mediante un análisis semi-paramétrico". revista *Dialnet*, 1-32. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3137280>
- Eppen, G. D., Gould, F. J., Schmidt, C. P., Moore, J. H., Weatherford, L. R** (2000) *Investigación de Operaciones en la ciencia de la administración*. Pearson Educación, Mexico.750
- Farrell, M.** (1957). "The measurement of productive efficiency". *Journal of the Royal*, 253-290.
- Hengler, Cristiane, et al.** (2018). *Perspectivas históricas de la Investigación Operacional*. Bolema: Boletim de Educação Matemática [online]. 2018, v. 32, n. 61 [Accedido 19 Setiembre 2022], pp. 354-374. Disponible en: <<https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n61a03>>. ISSN 1980-4415. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n61a03>.
- Hillier, F. y G. Lieberman** (1991) *Introducción a la Investigación de Operaciones*, Edit. McGraw-Hill, México,
- Koopsmans.** (1951). "Modelo DEA-CCR". En D. V. Alvarado Astudillo, *Medición de la eficiencia estática y dinámica de las Universidades mediante métodos no paramétricos* (págs. 21-26). Sevilla: Universidad de Sevilla.

- Mathur, Kamlesh y Solow, Daniel** (1996), *Investigación de Operaciones: El arte de la toma de decisiones*. Pearson Educación, Mexico.1100
- Mora, J. L.**, (1986) *Investigación de Operaciones en Informática: Programación lineal*, Edit. Trillas, México,
- Morales, Cecilia**, (2018) *Apuntes de Investigación de Operaciones I*, Facultad de ingeniería UNAM, México,
- Prieto, C. G.** (2002). *Análisis de eficiencia técnica y asignativa a través de las fronteras estocásticas de coste: una aplicación de los hospitales del INSALUD*. Valladolid: Universidad de Valladolid. Obtenido de <http://www.cervantesvirtual.com/obra/analisis-de-la-eficiencia-tecnica-y-asignativa-a-traves-de-las-fronteras-estocasticas-de-costes-una-aplicacion-a-los-hospitales-del-insalud--0/>
- Saborido, J.** (2013). *Modelos DEA de metafrontera: un análisis temporal usando el índice de Malmquist*. México. Obtenido de <http://bibing.us.es/proyectos/abreproy/5291/fichero/MODELOS+DEA+DE+METAFRONTERA.pdf>
- Sánchez, D.** (2019). *Análisis de la eficiencia técnica y la productividad de los servicios de salud pública por entidad federativa en México: 2005-2014*. Ciudad de México: Facultad de Economía, UNAM.
- Taha, H.**, (1994) *Investigación de Operaciones*, Edit. Alfa Omega, México, 1994
- Wayne, L. Winston.** (2004) *Investigación de Operaciones: Algoritmos y aplicaciones*. Cengage, 4a. Ed. México, 2004.